

doi: 10.3969/j.issn.1674-8530.2012.04.009

离心泵叶轮的参数化设计

张人会, 郑凯, 杨军虎, 李仁年

(兰州理工大学能源与动力工程学院, 甘肃 兰州 730050)

摘要: 对离心泵叶轮优化设计存在的问题进行了详细的阐述, 离心泵叶轮优化设计的主要困难在于复杂的内流道形状及其与泵水力性能间复杂的隐式关系, 对基于 NURBS 的曲面设计方法、基于自由曲面变形方法及偏微分方程方法 3 种离心泵叶轮参数化设计方法的研究进行了详细的介绍。为了减少计算量, 采用偏微分方程方法对离心泵叶片几何形状进行参数化控制, 参数化控制偏微分方程的边界条件, 假定方程中的控制参数 $a(u, p)$ 为常量 1, 采用响应面方法对泵叶轮进行优化设计。根据试验及模拟结果进行二阶多项式响应面回归, 分析发现二阶多项式响应关系不能反映离心泵叶轮设计目标与控制变量间的复杂的非线性关系。为此, 在此基础上提出采用偏微分方程构建设计目标的偏微分超曲面响应, 数值求解多维空间上偏微分方程的边值问题, 进行优化分析得到最优设计。优化设计实例计算结果表明提出的理论及方法是合理的。

关键词: 离心泵; 叶轮; 参数化; 响应面法; 优化设计

中图分类号: S277.9; TH311 **文献标志码:** A **文章编号:** 1674-8530(2012)04-0417-05

Parametric design of centrifugal pump impellers

Zhang Renhui, Zheng Kai, Yang Junhu, Li Rennian

(School of Energy and Power Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou, Gansu 730050, China)

Abstract: The problems in the optimization design of centrifugal pump impeller were elaborated and it was found that the implicit relation between the hydraulic performance and the complicated geometry shape of impeller passages was a main obstacle. The existing parametric design methods for centrifugal pump impellers, such as the NURBS surface method, free-surface deformation method and partial differential equation method were introduced in detail. To reduce the computational cost, a partial differential equations method was used to control the geometry shape of centrifugal impellers parametrically, the boundary conditions of the equations were parameterized as well. Suppose the parameters $a(u, p)$ are constant and the response surface methodology (RSM) was applied to optimize the design of centrifugal pump impellers, a 2nd order polynomial response surface was constructed according to the trial results. Unfortunately, it was identified that a 2nd order polynomial fails to present the complicated nonlinear relation between the objective function and the control variables. So the partial differential equations had to be proposed to construct the hypersurface response of objective function. Then a boundary-value problem of hyperspace was numerically solved. Eventually, an optimal design of pump impellers was achieved. The result of the optimized design case shows that the proposed theory and method are reasonable.

Key words: centrifugal pump; impeller; parameterization; response surface method; optimum design

收稿日期: 2011-10-16

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51109104, 51169010); 兰州理工大学校科研基金资助项目(Q201101, X1006XC002)

作者简介: 张人会(1977—), 男, 江西都昌人, 副教授, 博士(zhangrh@lut.cn), 主要从事流体机械的设计及其性能优化研究。

郑凯(1985—), 男, 陕西武功人, 硕士研究生(zkz-428@163.com), 主要从事流体机械设计研究。

在离心泵的传统设计方法中,设计人员的经验对泵产品的设计质量有很大的影响,且优秀的水力模型需要较长的设计周期,优化设计难以进行。这是由于泵的水力性能与其复杂的内流道形状之间复杂的隐式关系所致,该问题在形状优化领域被称为具有流动约束的功能曲面的形状优化问题,也是流体力学、优化理论等领域的研究热点问题^[1-2]。早期的研究者^[3-4]采用一元理论或试验的方法分析叶轮叶片、蜗壳等关键几何参数如叶轮外径、叶轮出口宽度、叶片进出口安放角、叶片包角、叶片数、蜗壳喉部面积等对泵水力性能的影响。近年来,随着流动计算技术的发展,泵的水力性能可以由三维流场的数值计算来进行预测,从而可以实现基于数值模拟的泵性能预测基础上的泵优化设计研究。从优化方法的角度而言,可分为基于演化算法的泵叶轮优化方法、基于梯度优化方法及基于试验设计的响应面优化方法等。基于演化算法的优化方法全局性好,而且对目标函数的性质几乎没有特殊要求,但对于自变量维数较大的情况下,样本数大,计算量太大。基于梯度的优化方法沿着目标函数对设计变量的梯度方向逐步更新设计变量,其在离心泵设计中应用的主要困难在于梯度矢量难以求解,计算量大。响应面方法通过主动收集数据的方法,应用统计学方法寻找目标函数与各影响因子间的定量关系,计算成本大大降低,已被用于离心压缩机的优化设计^[5]。

文中在实现离心泵叶轮参数化设计的基础上,采用响应面优化方法对离心泵叶轮进行优化设计研究,对控制变量进行编码变换,试验设计及数值试验根据试验结果进行二阶多项式响应面回归,并在二阶多项式响应面模型的基础上提出偏微分超曲面响应优化模型。

1 叶轮的参数化设计

为了实现离心泵叶轮的优化设计,首先考虑研究实现叶轮几何形状的参数化控制,目前离心叶轮参数化控制研究较多,除了传统的 Bezier 曲线、B 样条曲线参数化控制叶片的轴面流线及流面展开线的方法外,笔者对离心泵叶轮的参数化设计进行了研究,提出了几种有效的方法^[6-8]。

1) 基于 NURBS 曲面设计的离心泵叶片参数化设计方法,该方法利用控制叶片表面上的型值点来参数化控制叶片的形状,提出了如下 NURBS 迭代

曲面的方法进行叶轮的参数化设计,即

$$r^{k+1}(u, v) = \sum_{i=0}^{m+1} \sum_{j=0}^{n+1} P_{ij}^{k+1} B_i^4(u) B_j^4(v), \quad (1)$$

$$(u, v) \in [u_3, u_{m+2}] \otimes [v_3, v_{n+2}].$$

2) 基于自由曲面变形的离心泵叶片的参数化设计方法,该方法提出采用自由曲面变形(FFD)方法对叶轮内流道形状进行控制,将叶片空间曲面嵌入到一个均匀剖分的三参数张量积控制体内,利用移动控制点的方法来使控制体发生变形,从而达到方便地改变叶片形状的目的。保持原始曲面上各点对应的局部坐标值(s, t, u)不变,当控制体发生变形,控制体上的晶格点位置 P'_{ijk}

发生变化,由变形函数可实现对原始曲面的变形控制,不同的变形函数可以得到不同的变形变换,变形函数为

$$X'(s, t, u) = \sum_{i=0}^l \sum_{j=0}^m \sum_{k=0}^n P'_{ijk} B_{il}(s) B_{jm}(t) B_{kn}(u). \quad (2)$$

基于自由曲面变形的离心泵叶片的参数化设计方法能直观地控制几何连续性,能对曲面进行局部变形,计算简便,不需要对初始的曲面进行拟合。

3) 基于偏微分方程的离心泵叶片曲面造型方法,该方法采用一组椭圆偏微分方程来设计曲面。假设在三维空间中, $X = X(x(u, v), y(u, v), z(u, v))$ 表示曲面上的点,其中 u, v 为参变量,偏微分方程为

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial u^2} + a^2 \frac{\partial^2}{\partial v^2} \right) X(u, v) = 0. \quad (3)$$

由于该偏微分方程为平衡态方程,加上边界条件即构成了偏微分方程边值问题,其中参数 $a(u, v)$ 用来控制 u, v 方向的相对光顺率。只要通过参数化控制该边值问题的边界条件及方程中的参数 a 即可实现对叶片曲面形状的参数化控制。

上述 3 种设计方法均实现了对离心泵叶轮的几何形状的参数化控制。基于 NURBS 曲面的设计方法通过控制叶片表面上的型值点的位置的改变来改变叶片曲面的形状,该方法是一种最直接的叶片形状控制方法,若要实现较高的精度,则需要较多的控制变量。基于自由曲面变形的离心泵叶片参数化设计方法通过改变控制体上的晶格点的位置来控制叶片曲面的形状。基于偏微分方程的离心泵叶片设计方法通过控制偏微分方程边值问题的边界条件及方程中的参数来控制叶片几何形状,其边界条件可通过有限个控制参数进行参数化控制。

2 离心泵叶轮的响应面优化设计

离心泵叶轮优化设计的困难在于泵的水力性能与其内流道形状间复杂的隐式关系,叶轮几何形状的参数化控制为叶轮的优化设计做好了铺垫,文中在实现叶轮参数化设计的基础上,采用响应面优化方法寻找叶轮设计的目标函数与叶轮几何形状的控制变量间的定量关系。响应面方法是研究函数与自变量间的复杂的响应关系,它包括试验、建模、数据分析和最优化。上述提到的3种参数化控制方法中的控制变量较多,为了减少控制变量,进而减少计算量,文中采用偏微分方程的方法进行离心泵叶片的

参数化控制,并假定方程中的控制参数 $a(u, v)$ 为常量,这样只需要控制偏微分方程在叶轮叶片进出口及前后盖板上的边界条件,该边界条件的控制采用5节点的4次Bezier曲线进行控制。控制方法可参考文献[8],控制参数 $t_1, t_2 \in [0, 1]$,经大量的数值计算证明前后盖板流线上的控制参数组 t_1, t_2 可以合并为一个参数 $x(t_1, t_2)$, $x=1$ 与 $(t_1=1, t_2=0)$ 对应, $x=-1$ 与 $(t_1=0, t_2=1)$ 对应,这样前、后盖板上的4个控制点简化为 $x=[x_1, x_2]$ 两个控制参数。对于进口边的控制,可以用一个参数 x_3 进行控制,出口边上各流线的圆周角坐标可认为从前盖板到后盖板线性变化。图1为对给定的 $[x_1, x_2], x_3$ 值改变时对叶片形状参数化控制情况。

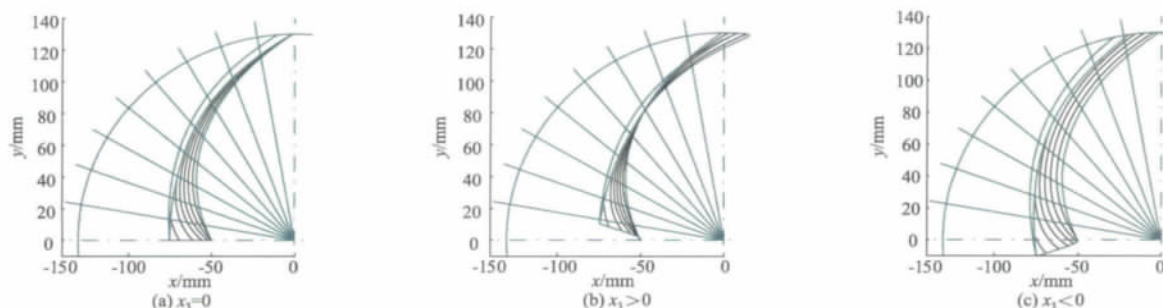


图1 叶片形状随堆叠条件的变化

Fig. 1 Blade shape changes with different stacking conditions

对控制变量做编码变换,将变量 $x_i (i=1, 2, \dots, m)$ 变换到 $[-1, 1]$,采用中心组合设计,在编码空间选择几类具有不同特点的试验点,适当组合形成试验方案。图2为3设计变量的中心组合设计,采用二阶响应模型,即

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^m \beta_i x_i + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^m \beta_{ii} x_i^2 + \varepsilon. \quad (4)$$

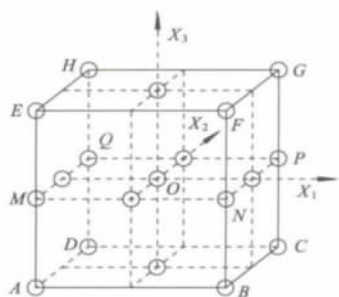


图2 设计变量空间上的中心组合设计

Fig. 2 Central composite design on design variable space

应用最小二乘法回归方程中的系数,使得其误差 ε 最小。根据试验设计矩阵及试验结果,可以构建二阶响应面模型,响应曲面模型的系数 $\hat{\beta}$ 的计算公

式为

$$\hat{\beta} = (Z^T Z)^{-1} Z^T y, \quad (5)$$

式中: Z 为试验设计矩阵; y 为试验函数值。

对设计参数分别为 $Q=200 \text{ m}^3/\text{h}$, $H=20 \text{ m}$, $n=1450 \text{ r/m}$, $\eta=79\%$ 的离心泵叶轮进行优化设计。根据离心泵叶片型线的参数化控制方法,控制偏微分方程的边界条件,对设计变量进行编码变换,采用中心组合设计进行试验设计,对试验设计得到设计变量空间的各试验点叶轮进行参数化设计,生成各个叶轮实体。叶轮的水力性能试验由数值试验代替模型试验,泵叶轮内流的计算采用商用CFD软件进行流动模拟,计算模型应用三维不可压湍流RANS方程、RNG $k-\varepsilon$ 湍流模型、在近壁处采用壁面函数。

对回归的自变量与函数间的响应关系进行显著性检验,经计算统计量 $F = \frac{U/m}{Q/(n-m-1)} = 3.49$,

其中 $m=9$, $n=16$,回归平方和 $U = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$,

离差平方和 $Q = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$, 对于给定的显著性水平 α , 统计量 $F > F_{1-\alpha}(m, n-m-1)$, 则设计变量与函数间的统计关系式成立, 取 $\alpha = 0.05$, 查表得 $F_{0.95}(9, 6) = 4.1$, 不满足显著性检验条件. 分析其原因, 主要是响应面方法中二阶多项式响应关系不足以描述叶轮设计目标与设计变量间复杂的非线性关系. 为此对于该复杂的非线性问题需要寻找一种精度较高的数据曲面回归方法.

潘雷等^[9]提出采用分块响应面方法处理高度非线性的复杂问题, 采用一定的策略对近似空间进行合理的分块, 缩小了响应面的近似范围, 从而提高了响应面在该空间的近似精度. 董峰等^[10]分析三维数据建模方法对于数据场的表示及特征的提取具有较大的意义, 提出采用高维空间中的 B 样条超曲面造型的数据建模方法表示数据场中对象的几何形体及物理量的分布, 同时在不影响数据场总体特征的前提下, 通过超曲面单元的合并, 减小数据场的规模, 达到用较简单的数学表达式表示数据场的目的. 为此, 笔者提出采用偏微分方程方法构建偏微分方程超曲面响应数据场, 并进行优化分析.

3 偏微分方程超曲面响应分析

由于二阶多项式响应面不能描述叶轮设计目标与设计变量间复杂的非线性关系, 产生的误差超过显著性检验准则, 为此考虑采用偏微分方程方法构建超曲面数据场, 选择泵效率为优化设计目标函数, 叶轮设计目标函数的边值问题为

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + a^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} + b^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \eta(x, y, z) = 0, & x, y, z \in \Omega, \\ \eta(x, y, z)|_{\partial\Omega} = g_i(x, y, z), & i = 1, 2, \dots, 6, \\ \frac{\partial \eta}{\partial x_i} \Big|_{\partial\Omega} = h_i(x, y, z), & i = 1, 2, \dots, 6, \end{cases} \quad (6)$$

式中: Ω 为控制体; $\partial\Omega$ 为控制体边界上的面边界, 即沿图 2 所示控制体 $ABCDEFGH$ 的 6 个面边界.

方程中给定的是控制体边界上的第一类及第二类边界条件. 如取 $m = 1$, 微分方程为二阶, 此时只需要给定边界上的第一类边界条件, 式(6)描述的是零阶连续曲面(即 C^0 曲面), 如果构造的是 C^0 曲面, 则超曲面在中心节点的预测值与试验值间必然存在误差; 如取 $m = 2$, 则构造的是 C^1 曲面, 此时还需给定控制体边界上的 Neumann 边界条件, 但各边界面上的 Neumann 边界条件较难给定, 计算时可根据中心节点的试验值来确定各边界面上的 Neumann 边界条件. 求解式(6)可得计算域内的目标函数的分布, 这样通过有限的试验数据就可以构建整个控制体内的三维数据场.

根据试验设计及相应的试验数据, 采用上述方法进行三因素设计变量空间控制体内的函数值进行超曲面数据建模, 对式(6)进行中心差分离散得 25 节点离散格式, 在控制体边界上进行曲面拟合得边界面上函数的第一类边界条件, 根据中心节点的试验函数值反演其边界上的法向导矢, 最后由迭代的方法求解线性方程组, 得到三因素控制体上的函数值的分布, 该超曲面模型在控制体上各试验点的函数值与试验值完全一致, 且其在 $x_3 = \text{const}$ 的截面上的数据云图如图 3 所示.

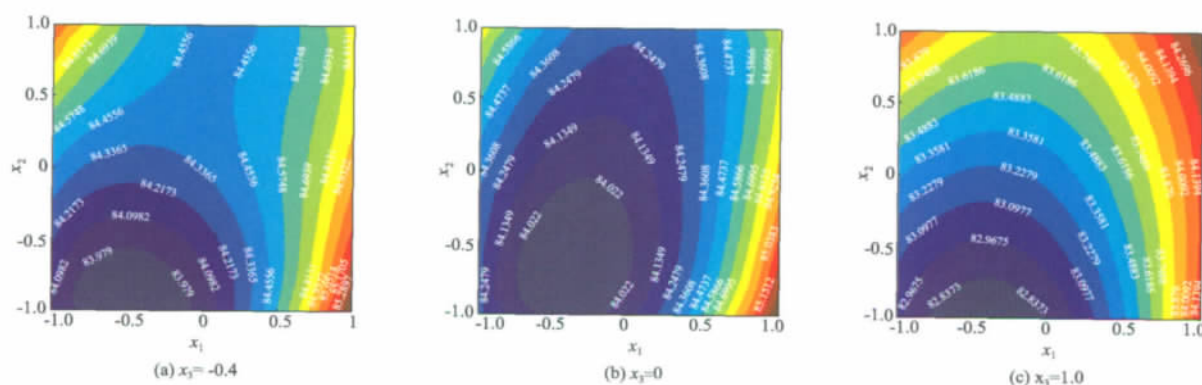


图 3 控制体不同截面上的目标函数等高线云图

Fig. 3 Contour of objective function at different cross sections of control volume

由三因素控制体上函数极大值点所对应的设计变量 $[x_1, x_2, x_3]$ 所对应的叶轮即为最优设计叶轮.

最优设计叶轮的水力性能与传统设计得到的叶轮水力性能的对比如图 4 所示. 可以看出, 优化设计叶轮

在设计流量点及大流量点的效率与原始设计叶轮的效率相比,均有较大的提高,且优化叶轮的扬程明显高于原始叶轮的扬程,从而达到了优化设计的目的。

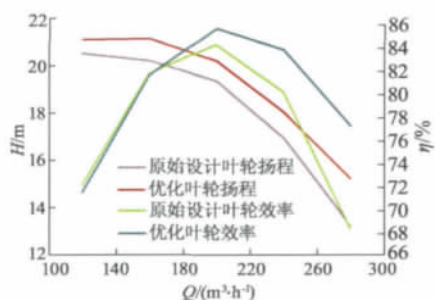


图4 优化设计叶轮及原始设计叶轮的特性曲线对比

Fig. 4 Comparisons of performance curve between optimum design and original one

4 结 论

1) 采用偏微分方程方法对离心泵叶片形状进行参数化控制,假定微分方程中的控制参数 $a(u, v)$ 为常量,对叶轮前后盖板及进口的边界条件采用高阶Bezier曲线进行控制,大大减少叶片形状参数化控制的变量。

2) 运用基于试验设计的二阶响应面优化方法对离心泵叶片进行优化设计,经分析发现设计变量与目标函数间的二阶多项式响应关系无法反映离心泵叶片设计目标与设计变量间的复杂的非线性关系,二阶响应面方法对离心叶轮进行优化设计存在不足。

3) 针对结论2)提出以试验设计为基础的偏微分方程超曲面响应分析方法,依据变量空间上的试验设计及其试验结果在变量空间上构建超曲面数据场,分析超曲面模型即可得到最优设计叶轮,实例计算结果表明提出的理论及方法是合理的。

参考文献(References)

- [1] Kim J S, Park W G. Optimized inverse design method for pump impeller [J]. Mechanics Research Communications, 2000, 27(4): 465–473.
- [2] Lehnhäuser T, Schäfer M. A numerical approach for shape optimization of fluid flow domains [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2005, 194(50/51/52): 5221–5241.
- [3] Zangeneh M, Goto A, Harada H. On the role of three-dimensional inverse design methods in turbomachinery shape optimization [J]. Journal of Mechanical Engineering, 1999, 213(1): 27–42.
- [4] Zangeneh M, Goto A, Takemura T. Suppression of secondary flows in a mixed-flow pump impeller by application of three dimensional inverse design method—Part 1: Design and numerical validation [J]. Journal of Turbomachinery, 1996, 118(7): 536–542.
- [5] Seo S J, Kim K Y. Design optimization of forward-curved blades centrifugal fan with response surface method [C] // Proceedings of the ASME Heat Transfer/Fluids Engineering Summer Conference, 2004: 551–556.
- [6] 张人会, 杨军虎, 刘宜. 基于曲面迭代的离心泵数值叶片模型 [J]. 机械工程学报, 2006, 42(10): 70–72.
Zhang Renhui, Yang Junhu, Liu Yi. Numerical model of centrifugal pump blade based on iteration of surface [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2006, 42(10): 70–72. (in Chinese)
- [7] Zhang Renhui, Yang Junhu, Li Rennian. Parametric control of the hydraulic machinery impeller based on free-form deformation [J]. Procedia Engineering, 2012, 31: 909–913.
- [8] 张人会, 杨军虎, 李仁年. 离心泵叶轮的参数化设计 [J]. 排灌机械, 2009, 27(5): 310–313.
Zhang Renhui, Yang Junhu, Li Rennian. Investigation on parametric design of centrifugal pump blade [J]. Drainage and Irrigation Machinery, 2009, 27(5): 310–313. (in Chinese)
- [9] 潘雷, 谷良贤. 分块响应面法研究 [J]. 计算机工程与应用, 2009, 45(19): 37–39.
Pan Lei, Gu Liangxian. Research on improved response surface method [J]. Computer Engineering and Applications, 2009, 45(19): 37–39. (in Chinese)
- [10] 董峰, 蔡文立, 石教英. 超曲面: 一种三维有限元数据场的造型表示方法 [J]. 计算机研究与发展, 1997, 34(12): 908–912.
Dong Feng, Cai Wenli, Shi Jiaoying. Hyperpatch: a modeling approach to representing three dimensional FEM data field [J]. Journal of Computer Research and Development, 1997, 34(12): 908–912. (in Chinese)

(责任编辑 陈建华)