DOI: 10.3969/j. issn. 1001-3881. 2020. 13. 030
本文引用格式: 焦太安,王希靖.圆形截面台阶凸模冲裁受力分析与验证[J].机床与液压,2020,48(13):134-137.
JIAO Taian,WANG Xijing.Analysis and Verification of Blanking Force of Circular Step Punch[J].Machine Tool & Hydraulics,2020,48(13):134-137.

圆形截面台阶凸模冲裁受力分析与验证

焦太安[1]，王希靖[2]
(1. 甘肃机电职业技术学院机械工程系，甘肃天水 741001;
2. 兰州理工大学甘肃省有色金属新材料省部共建国家重点实验室，甘肃兰州 730050)

摘要: 针对圆形截面台阶凸模的整体长度校核问题，将圆形截面台阶凸模冲裁时受力情况抽象成阶梯杆件受轴向力的模型，分析该模型，得到了一个关于临界载荷参数和截面直径比关系的超越方程，无法得到解析解。通过 Excel 软件所携带的单变量求解功能，获得了数值解，进而绘制出圆形截面台阶凸模直径比与临界载荷参数关系图。结果表明: 当圆形截面台阶凸模直径比 b 在 0~1 时，随着凸模的长度比 a 的增加，圆形截面台阶凸模直径比与临界载荷参数关系曲线的形状差别在增大，呈“树叶形态”，此时，凸模的直径小端固定，直径大端在冲裁一端，容易被冲裁材料拉出，造成事故; 当圆形截面台阶凸模直径比 b 在 1~10 时，随着凸模的长度比 a 的增加，圆形截面台阶凸模直径比与临界载荷参数关系曲线的形状差别在减小，此时，凸模直径的大端固定，直径小端在冲裁一端，不容易拉出。以上结果充分说明了台阶凸模设计为大端固定、小端冲裁的合理性，为台阶凸模的设计提供了参考。

关键词: 圆形截面台阶凸模; 数值分析; 冲裁; 受力分析
中图分类号: TG76

Analysis and Verification of Blanking Force of Circular Step Punch

JIAO Taian[1], WANG Xijing[2]
(1. Department of Mechanical Engineering, Gansu Institute of Mechanical and Electrical Engineering, Tianshui Gansu 741001, China; 2. Gansu Province Non-ferrous Metals New Materials Provincial Department of the State Key Laboratory, Lanzhou University of Technology, Lanzhou Gansu 730050, China)

Abstract: Aiming at the problem of checking the overall length of step punch with circular section, the force of the step punch with circular section during blanking was abstracted as the model of the step bar under the action of axial force. A transcendental equation about the relationship between critical load parameters and section diameter ratio was obtained by analyzing the model, but the analytical solution could not be obtained. The numerical solution was obtained by using the univariate solution function of Excel software, and the relationship diagram between the diameter ratio of the step punch with circular section and the critical load parameters was drawn. The results show that when the diameter ratio b of step punch with circular section is in 0~1, the shape difference of the relationship curve between the diameter ratio of the step punch with circular section and the critical load parameters increases with the increase of the step punch length ratio a, and the curve shape takes on “leaf form”; at this time, the small end of the punch diameter is fixed, and the big end of the diameter is at the blanking end, so the punch is easy to be pulled out by the blanking material and causes accidents. When the diameter ratio b of the step punch with circular section is in 1~10, the shape difference decreases with the increase of the punch length ratio a; at this time, the big end of the punch diameter is fixed and the small diameter end is at the blanking end, so the punch is not easy to be pulled out. The above results fully explain that the rationality of the design for the step punch with large end fixed and small end blanking, which provides references for the step punch design.

Keywords: Circular section step punch; Numerical analysis; Blanking

0 前言

冲压生产中，由于冲裁件的形状和尺寸不同，导致冲模的加工及装配工艺等实际条件也各不相同，因此实际生产中使用的凸模结构很多。其中，圆形截面

收稿日期: 2019-10-20
作者简介: 焦太安(1964—)，男，工学学士，副教授，主要研究方向为机械设计与制造。E-mail: gansujidianxuyuan@163.com。
通信作者: 王希靖(1955—)，男，研究员，博士生导师，主要研究方向为焊接设备及其自动化、搅拌摩擦焊技术及焊接质量控制和检测。E-mail: Wangxj@lut.cn。

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

台阶凸模（如图 1）刚度、强度较好，装配修磨方便，进而被广泛应用[1]。许多文献对等截面直通式凸模工作时的强度和稳定性进行分析，获得了相应的整体长度校核计算公式，为直通式凸模的设计提供了丰富的参考依据。但对于圆形截面台阶凸模的整体长度校核计算，设计者往往凭借经验套用直通式凸模的设计结果，因此，极有可能在模具设计上出现误差，导致模具制造困难。本文作者对圆形截面台阶凸模的受力进行分析，获得了数值解[2]，通过数值解，解释了台阶凸模结构的合理性，为凸模设计提供了参考。

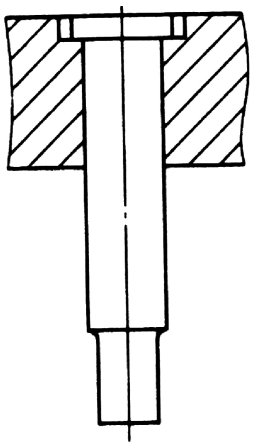

图 1　圆形截面台阶凸模

1　圆形截面台阶凸模在冲裁时的受力模型

假设某圆形截面的台阶凸模在冲裁时主要受到轴向力 F 的作用，其他因素暂不考虑，现将其抽象看做是阶梯杆件[3-12]，杆件由 AB 段与 BC 段构成，长度为 l，杆件截面为圆形，如图 2 所示，其中 AB 段的刚度为 EI_1，截面直径为 d_1，长度为 l_1；BC 段的刚度为 EI_2，截面直径为 d_2，长度为 l_2。

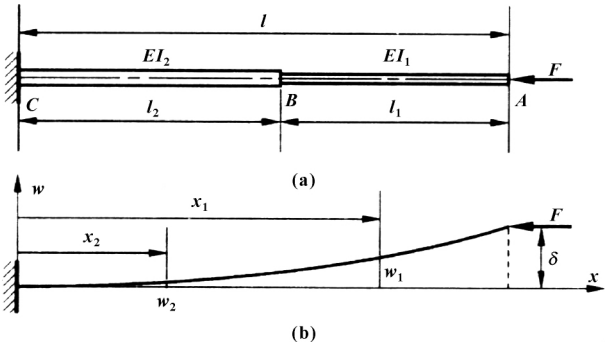

图 2　圆形截面台阶凸模受轴向力的情况

1.1　圆形截面台阶凸模挠曲轴方程的建立

由材料力学知识[13]可知，在临界载荷作用下，压杆可在微弯状态下保持平衡，设横截面 A 的挠度为 δ，则 AB 段的弯矩方程为

$$M(x_1) = F(\delta - w_1)$$

BC 段的弯矩方程为

$$M(x_2) = F(\delta - w_2)$$

AB 段与 BC 段对应的挠曲轴方程分别为

$$\frac{d^2 w_1}{dx_1} + \frac{F w_1}{EI_1} = \frac{F\delta}{EI_1}$$

$$\frac{d^2 w_2}{dx_2} + \frac{F w_2}{EI_2} = \frac{F\delta}{EI_2}$$

1.2　圆形截面台阶凸模临界载荷的确定

上述微分方程的通解分别为

$$w_1 = C\sin\sqrt{\frac{F}{EI_1}}x_1 + D\cos\sqrt{\frac{F}{EI_1}}x_1 + \delta \tag{1}$$

$$w_2 = G\sin\sqrt{\frac{F}{EI_2}}x_2 + H\cos\sqrt{\frac{F}{EI_2}}x_2 + \delta \tag{2}$$

位移边界条件以及连续条件为

在 $x_2 = 0$ 处，$w_2 = 0$；在 $x_2 = 0$ 处，$\frac{dw_2}{dx_2} = 0$；在 $x_2 = l$ 处，$w_1 = \delta$；在 $x_1 = x_2 = l_2$ 处，$\frac{dw_1}{dx_1} = \frac{dw_2}{dx_2}$；在 $x_1 = x_2 = l_2$ 处，$w_1 = w_2$。

由式（1）、（2）与上述边界条件得:

$$G = 0$$

$$H + \delta = 0$$

$$C\sin\sqrt{\frac{F}{EI_1}}l + D\cos\sqrt{\frac{F}{EI_1}}l = 0$$

$$C\sqrt{\frac{F}{EI_1}}\cos\sqrt{\frac{F}{EI_1}}l_2 - D\sqrt{\frac{F}{EI_1}}\sin\sqrt{\frac{F}{EI_1}}l_2 + H\sqrt{\frac{F}{EI_2}}\sin\sqrt{\frac{F}{EI_2}}l_2 = 0$$

$$C\sin\sqrt{\frac{F}{EI_1}}l_2 + D\cos\sqrt{\frac{F}{EI_1}}l_2 - H\cos\sqrt{\frac{F}{EI_2}}l_2 = 0$$

由上式组成的线性齐次方程组，得 C、D、H 与 δ 存在非零解的条件为

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ \sin\sqrt{\frac{F}{EI_1}}l & \cos\sqrt{\frac{F}{EI_1}}l & 0 & 0 \\ \cos\sqrt{\frac{F}{EI_1}}l_2 & -\sqrt{\frac{F}{EI_1}}\sin\sqrt{\frac{F}{EI_1}}l_2 & \sqrt{\frac{F}{EI_2}}\sin\sqrt{\frac{F}{EI_2}}l_2 & 0 \\ \sin\sqrt{\frac{F}{EI_1}}l_2 & \cos\sqrt{\frac{F}{EI_1}}l_2 & -\cos\sqrt{\frac{F}{EI_2}}l_2 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

将上式展开并化简，得到临界载荷应满足的方程为

$$\tan\sqrt{\frac{F}{EI_1}}l_1 \cdot \tan\sqrt{\frac{F}{EI_2}}l_2 = \sqrt{\frac{I_2}{I_1}} \tag{3}$$

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

因为凸模截面为圆形，所以将惯性矩 $I_1=\frac{\pi d_1^4}{64}$ 与 $I_2=\frac{\pi d_2^4}{64}$ 代入式（3）得:

$$\tan\sqrt{\frac{F}{EI_1}}l_1\cdot\tan\sqrt{\frac{F}{EI_2}}l_2=\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 \tag{4}$$

设 $\frac{l_1}{l}=a$，则 $l_1=al$，$l_2=l(1-a)$，代入式（4）得:

$$\tan a\sqrt{\frac{F}{EI_1}}l\cdot\tan\sqrt{\frac{F}{EI_2}}l(1-a)=\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 \tag{5}$$

2　圆形截面台阶凸模在工作时受力的数值分析

为了便于分析，现将式（5）量纲一化，令

$$\frac{l_1}{l}=a,\ \frac{d_2}{d_1}=b,\ Q=\frac{F}{EI_1}l^2$$

则式（5）变换为

$$\tan a\sqrt{Q}\cdot\tan\sqrt{Q}\frac{(1-a)}{b^2}=b^2 \tag{6}$$

式中: a 为台阶凸模刃口与整个凸模的长度比; b 为凸模 2 种横截面的直径比; Q 为台阶凸模临界力载荷参数。

要从式（6）解出 Q，但式（6）为超越方程，无法解出解析解，因此利用 Excel 软件所携带的单变量求解功能，将所求得的数值解绘制成图 3、4。

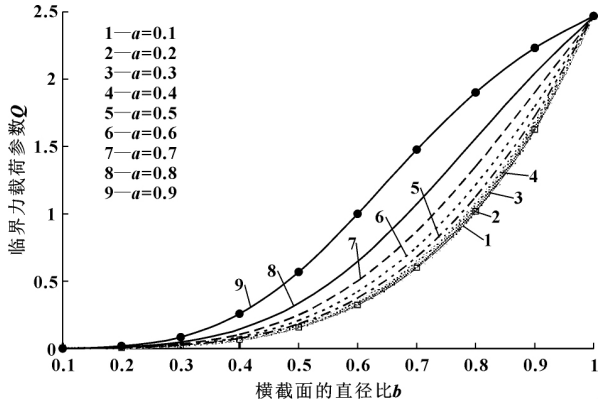

图 3　圆形截面台阶凸模直径比与临界载荷参数关系（0<b<1）

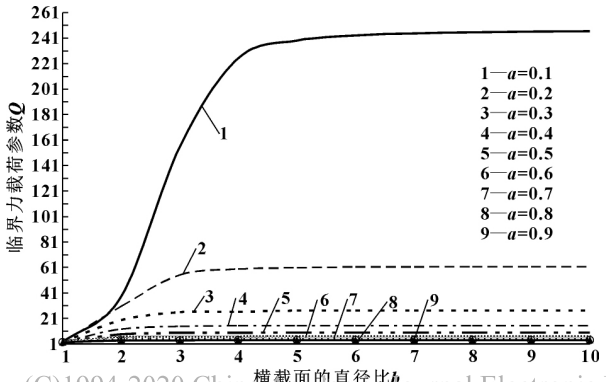

图 4　圆形截面台阶凸模直径比与临界载荷参数关系（1<b<10）

从图 3 可知，圆形截面台阶凸模直径比 b 在 0~1 时，随着凸模的长度比 a 的增加，圆形截面台阶凸模直径比与临界载荷参数关系曲线的形状差别在增大，呈“树叶形态”。此时，凸模的直径小端固定，直径大端在冲裁刃口端，容易被冲裁材料拉出，造成事故。从图 4 可知，圆形截面台阶凸模直径比 b 在 1~10 时，随着凸模的长度比 a 的增加，圆形截面台阶凸模直径比与临界载荷参数关系曲线的形状差别在减小。凸模直径大端固定，直径小端在冲裁刃口端，不容易拉出。图 4 能反映图 2 凸模的真实情况，因为圆形截面台阶凸模的最大圆截面作固定端，防止在冲裁时被拉出。

3　实例验证

某圆形截面的台阶凸模如图 5 所示，该凸模安装长度为 65 mm，小圆截面为冲裁刃口端，大圆截面为固定端，确定工作长度为 $l=58.5$ mm，小圆截面部分长度为 $l_1=25$ mm，大圆截面部分长度为 $l_2=23.5$ mm，小圆截面直径为 $d_1=14.36$ mm，大圆截面直径为 $d_2=15$ mm，此时直径比 $b=\frac{d_2}{d_1}=1.045$，凸模刃口与整个凸模的长度比 $a=\frac{l_1}{l}=0.427$，现计算该凸模的载荷参数 Q，需将有关数据代入式（6），即:

$$\tan\left(\frac{25}{58.5}\sqrt{Q}\right)\cdot\tan\left[\sqrt{Q}\frac{\left(1-\frac{25}{58.5}\right)}{\left(\frac{15}{14.36}\right)^2}\right]=\left(\frac{15}{14.36}\right)^2$$

解之，得该凸模的载荷参数 $Q=2.872$。

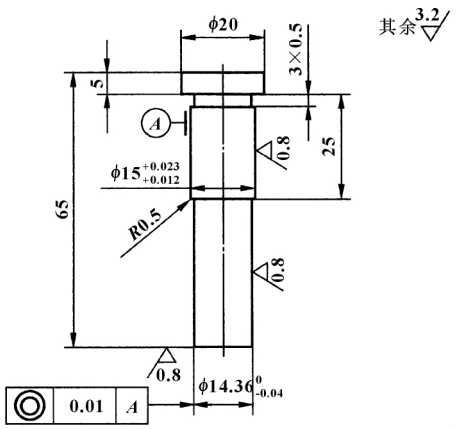

图 5　某圆形截面的台阶凸模（小圆截面为冲裁刃口端，大圆截面为固定端）

若大圆截面为冲裁刃口端，小圆截面为固定端，大圆截面部分长度为 $l_1=23.5$ mm，小圆截面部分长度为 $l_2=25$ mm，小圆截面直径为 $d_2=14.36$ mm，大

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

圆截面直径为 $d_1 = 15$ mm，此时直径比 $b = \frac{d_2}{d_1} = 0.957$，凸模刃口与整个凸模的长度比 $a = \frac{l_1}{l} = 0.4017$，现计算该凸模的载荷参数 Q，需将有关数据代入式(6)，即:

$$\tan\left(\frac{23.5}{58.5}\sqrt{Q}\right) \cdot \tan\left[\sqrt{Q}\,\frac{\left(1-\frac{23.5}{58.5}\right)}{\left(\frac{14.36}{15}\right)^2}\right] = \left(\frac{14.36}{15}\right)^2$$

解之，得该凸模的载荷参数 $Q = 2.106$。

以上实例说明，凸模长度一定时，小圆截面为冲裁刃口端，大圆截面为固定端的圆形截面的台阶凸模比大圆截面为冲裁刃口端，小圆截面为固定端的圆形截面的台阶凸模能承受的载荷大，所以不容易被冲裁材料拉出。

4　结论

本文作者将圆形截面台阶凸模冲裁时受力情况抽象成阶梯杆件受轴向力的模型来进行分析，获得了圆形截面台阶凸模直径比与临界载荷参数关系图，经分析得:

(1) 凸模的直径小端固定，直径大端在冲裁刃口端，凸模容易被冲裁材料拉出，造成事故。

(2) 凸模的直径大端固定，直径小端在冲裁刃口端，凸模不容易拉出。

(3) 在设计台阶凸模时，只有把直径大端固定，直径小端作为冲裁刃口端，才是合理的结构。

参考文献:

[1] 卢险峰.冲压工艺模具学[M].北京: 机械工业出版社，2006.

[2] 关治，陆金甫.数值方法[M].北京: 清华大学出版社，2006.

[3] 么廷先.台阶凸模的稳定性[J].模具工业，1990，16(8): 2-8.

[4] 谷争时.台阶形凸模厚料冲孔模[J].机械工人，1985(4): 26-27.

[5] 么廷先.变截面凸模的临界载荷及其失稳核算[J].模具技术，1990(6): 1-12.

[6] 孙晓华，丁玉兰.多台阶中长受压凸模分析与设计[J].电子机械工程，1998，14(5): 8-11.

[7] 卫万周，向华，庄新村，等.台阶式凸模精冲工艺分析及数值模拟[J].塑性工程学报，2012，19(1): 55-59.
WEI W Z，XIANG H，ZHUANG X C，et al. An investigation of step-shaped-punch fine-blanking process using finite element method[J]. Journal of Plasticity Engineering，2012，19(1): 55-59.

[8] 张世汉.细长台阶凸模的设计[J].机械工人，1982(9): 29-30.
ZHANG S H. Design of long and thin step punch[J]. Metal Working，1982(9): 29-30.

[9] 董冠文，李宗义，朱七二.细长压杆失稳理论对一级台阶凸模的设计指导[J].锻压装备与制造技术，2015，50(3): 120-122.
DONG G W，LI Z Y，ZHU Q E. Guidance of slender compressive bar stability-losing theory to one-step male Die[J]. China Metalforming Equipment & Manufacturing Technology，2015，50(3): 120-122.

[10] 董冠文，李宗义，朱七二，等.关于一级台阶凸模受力的数值解[J].模具技术，2015(4): 26-31.
DONG G W，LI Z Y，ZHU Q E，et al. Numerical solution for stress analysis of the stamping punch with a step[J]. Die and Mould Technology，2015(4): 26-31.

[11] 刘静，张明，陈浩.基于响应面法的台阶式凸模冲裁工艺参数优化[J].塑性工程学报，2016，23(3): 52-57.
LIU J，ZHANG M，CHEN H. Parameters optimization of step-shaped-punch blanking based on response surface methodology[J]. Journal of Plasticity Engineering，2016，23(3): 52-57.

[12] 杨程，梁凡，杨欣怡，等.连接杆的冲锻连续成形工艺[J].锻压技术，2018，43(6): 20-23.
YANG C，LIANG F，YANG X Y，et al. Stamping-forging progressive forming process of connecting rod[J]. Forging & Stamping Technology，2018，43(6): 20-23.

[13] 单辉祖.材料力学问题、例题与分析方法[M].北京: 高等教育出版社，2006.

(责任编辑: 张楠)

欢迎订阅!

欢迎投稿!

欢迎刊登广告!

http: //www.jcyyy.com.cn

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net