文章编号:1673-5196(2020)05-0013-08

横向约束对 Fe-C 合金凝固微观组织的相场法模拟

冯 力^{1,2}, 王 军¹, 朱昶胜¹, 仲军和¹, 安国升¹

(1. 兰州理工大学 材料科学与工程学院,甘肃 兰州 730050; 2. 兰州理工大学 省部共建有色金属先进加工与再利用国家重点实验室,甘肃
 兰州 730050)

摘要:以Fe-C二元合金为例,采用多相场法模拟了横向约束条件下枝晶与共析组织微观形貌的演化过程,探讨了 横向约束的长度、厚度对枝晶与共析组织生长形貌的影响.结果表明:横向约束的存在限制了枝晶和共析组织的正 常生长,横向约束上方的微观组织形貌明显改变;随着横向约束长度的增加,横向约束上方的枝晶间距明显减小, 共析组织的层间距越来越大;随着横向约束厚度的增加,横向约束上方新枝晶的生长速度降低,共析组织中 Fe₃C 相偏转增大,使得层间距变大.

关键词:相场法; Fe-C 合金; 横向约束; 枝晶形貌; 共析组织 中图分类号: TG244; TG248 文献标志码: A

Simulation of phase field method for solidification microstructure of Fe-C alloy by lateral constraint

FENG Li^{1,2}, WANG Jun¹, ZHU Chang-sheng¹, ZHONG Jun-he¹, AN Guo-sheng¹

(1. College of Materials Science and Engineering, Lanzhou Univ. of Tech., Lanzhou 730050, China; 2. State Key Laboratory of Advanced Processing and Recycling of Nonferrous Metals, Lanzhou Univ. of Tech., Lanzhou 730050, China)

Abstract: Taking Fe-C binary alloy as an example, the evolution process of dendrite and eutectoid microstructure under transverse restraint was simulated in this study by adopting the multiphase field method. The influence of length and thickness of transverse restraint on growth morphology of dendrite and that of eutectoid microstructure was discussed in terms of simulated microstructures. All results coming from our simulation indicate: The normal growth of dendrite and eutectoid is limited by the existence of transverse constraint, and the morphology of microstructure above the transverse constraint changes obviously; With the increase of the length of transverse constraint, the dendrite spacing above the transverse constraint decreases obviously, and the layer spacing of the eutectoid structure becomes larger as a result; With the increase of transverse constraint thickness, the growth rate of new dendrites above transverse constraints decreases, and the deflection of Fe_3C phase in eutectoid structure increases, resulting in larger interlayer spacing.

Key words: phase field simulation; Fe-C alloy; lateral constraint; dendritic morphology; eutectoid structure

目前研究材料微观组织的方法有实验法和模拟 法两种,相比较实验法,模拟法在研究金属凝固过程 和微观组织方面具有不可替代的作用,所以被越来 越多的科研工作者所接受^[1-2].随着科技的进步,计 算机的硬件水平得到了快速的提升,进而出现了多 种模拟方法,如确定性方法、随机性方法和相场法^[3]. 相场法不必追踪固液界面就可以很好地模拟复杂模型下的演化过程,并用统一的控制方程描述金属凝 固过程的演化行为^[4].

在合金的实际凝固过程和固态相变过程中,或 多或少存在一些杂质,如高温氧化物、沉淀相、稀土 元素等,它们的存在相当于对枝晶生长和共析组织 形成进行一定的限制,对枝晶生长和共析组织形成 过程中的热量传导、溶质扩散与界面的推进等都会

收稿日期:2019-09-01

基金项目:国家自然科学基金(11504149,51661020)

作者简介:冯 力(1981-),男,四川梁平人,教授.

产生影响.在上述背景下,国内外学者分别对横向限 制条件下枝晶的生长进行了模拟研究. Fabietti 等這通过研究横向约束对定向凝固条件下丁二腈凝 固过程的影响,发现横向约束对枝晶间距和枝晶尖 端生长速度有着重要影响.杜立飞⁶³通过相场法模 拟研究了横向限制存在下的纯金属 Ni 和 Ni-Cu 二 元合金枝晶形貌的演化过程,王华明等[7]模拟研究 了单晶 Ni 基高温合金在侧向约束条件下的枝晶生 长形貌和溶质再分配,得到侧向约束条件对单晶 Ni 基高温合金的微观组织结构、溶质偏析以及溶质再 分配等都有较大的影响.李俊杰等[8] 模拟研究了外 来夹杂物颗粒与晶粒之间的取向错配对枝晶生长的 影响,结果表明外来夹杂物颗粒的大小、位置、数量 以及晶粒的取向差因素均对枝晶生长形态有较大的 影响. 刘小元等^[9] 通过相场法模拟纯金属 Ni 在不同 形状横向限制下对枝晶间距影响的作用. Zhang 等[10]采用相场法研究了碳化物对珠光体协同生长 的影响和不同的碳化物直径对层状珠光体生长的影 响.

本文利用多相场模型,以 Fe-C 合金为例,模拟 研究了不同横向约束对枝晶和共析组织的微观生长 形貌和溶质分布的影响,探讨了不同长度、厚度横向 约束条件下枝晶和共析组织微观形貌的生长规律.

1 相场模型

1.1 相场控制方程

由温度控制的顺序函数表征的相场控制方 程^[11]:

$$\frac{\partial \varphi_i}{\partial t} = \sum_{a\neq\beta}^m K_{a\beta} \cdot \frac{2}{n} \sum_{j\neq i}^n S_{ij} M_{ij} \left(\frac{\delta F}{\delta \varphi_i} - \frac{\delta F}{\delta \varphi_j} \right)$$
(1)

式中: φ_i, φ_j 为不同相的相场参数; S_{ij} 为空间步函数; M_{ij} 为界面迁移率;F为体系自由能;m为经历相变的次数; α,β 表示相变过程中凝固相变与共析转变,下标i,j表示相变过程中的新生相与母相.顺序函数K定义如下:

$$K_{\alpha}(T_{t}^{x}, f^{i}) = 1 \qquad (T_{t}^{x} \leqslant T_{i}^{e}) \qquad (2)$$

$$K_{a}(T_{t}^{x}, f^{i}) = 0$$
 $(T_{t}^{x} > T_{i}^{e})$ (3)

式中: T^{x} 表示体系温度; T^{e} 表示相变开始时的温度.

体系自由能的定义:

$$F = \int_{a} f^{\rm CH} + f^{\rm T} + f^{\rm EL} + f^{\rm GB}$$

$$\tag{4}$$

式中: f^{CH} 代表成分自由能密度; f^{T} 代表与温度有关

的自由能密度; f^{EL}代表弹性自由能密度; f^{GB}代表界 面自由能密度, 其表达式分别如下:

$$f^{\text{CH}} = \sum_{i=1}^{N} \varphi_i f^i(c_i)$$

$$f^{\text{T}} = h(\varphi_i) G_i^{\text{reg}} + (1 - h(\varphi)) G_j^{\text{reg}} + Wg(\varphi_i)$$
(6)

$$f^{\rm EL} = \frac{1}{2} (\varepsilon^{ij} - \varepsilon^{*\,ij}) C^{ijkl} (\varepsilon^{kl} - \varepsilon^{*\,kl})$$
(7)

$$f^{\rm GB} = \sum_{i,j=1}^{N} \frac{4\sigma_{ij}}{\eta_{ij}} \left\{ \frac{\eta_{ij}^2}{\pi^2} \left| \nabla \varphi_i \cdot \nabla \varphi_j \right| + W_{ij} \right\}$$
(8)

式中: η_{ij} 是界面厚度; W_{ij} 是势阱函数; $f^{i}(c_{i})$ 是 *i* 相 溶质 c 的成分自由能; C^{ijkl} 是有效弹性矩阵; ε 是相 场梯度系数; G^{reg} 是吉布斯自由能;W是双阱势高;g(φ)是过剩自由能.为了简化模型,在体系自由能的 定义中忽略应力应变项,则式(4)变为

$$F = \int_{a} f^{CH} + f^{T} + f^{GB}$$
(9)

1.2 溶质控制方程

溶质扩散的控制方程为

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \nabla \left[M_c \ \nabla \left(\frac{\delta F}{\delta c} \right) \right] = \nabla \left[\frac{D(c, \varphi)}{\partial^2 f / \partial c^2} \ \nabla \left(\frac{\partial f}{\partial c} \right) \right] = \nabla \left[\frac{D(c, \varphi)}{f_{\alpha}} \ \nabla f_c \right]$$
(10)

式中: $D(c,\varphi)$ 是溶质扩散系数; f_c 、 f_a 分别代表自由 能密度对 c 的一阶与二阶导数.

1.3 材料的物性参数

1.3.1 枝晶的物性参数

选取的材料为 Fe-0.349 4at. %C 二元合金,其 枝晶物性参数见表 1^[12].

表1 材料的物性参数

Tab. 1 Physical parameters of material

物性参数	取值
界面能 σ/(J・m ⁻²)	0.204
熔点温度 $T_{ m m}/ m K$	1801
液相、固相溶质扩散率/(m ² ・s ⁻¹)	2.0×10^{-8} , 6.0×10^{-9}
凝固潜热 L/(J・g ⁻¹)	277.5
热扩散系数 $D_{ m t}/({ m J}ullet { m g}^{-1})$	1.277×10^{-5}
气体常数 R/(J・(mol・K) ⁻¹)	8.314
定压比热容 $C_{\mathrm{P}}/(\mathbf{J} \cdot (\mathbf{g} \cdot \mathbf{K})^{-1})$	0.75
摩尔体积 $V_{ m m}/({ m m}^3 ullet { m mol}^{-1})$	7.7 $\times 10^{-6}$

1.3.2 共析组织的物性参数

以 Fe-3.494at. %C 二元合金为例,对层片珠光体的生长形貌演化过程进行数值计算,其物性参数 见表 2^[13].

1.4 初始条件与边界条件

如图1为横向约束示意图,矩形的约束间距为

d,高度为 h ,	设置	挡板材料为导热材料.
	表 2	Fe-C 二元合金物性参数

Tab. 2 Physical properties of Fe-C binary alloy

物性参数	Fe-3.494at. %C
────────────────────────────────────	0.922 8
渗碳体分配系数 k2	1.1081
铁素体扩散系数 $D_{lpha}/(\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-1})$	2.243 5 \times 10 ⁻¹¹
奥氏体扩散系数 $D_{\gamma}/(\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-1})$	1.014 5 \times 10 ⁻¹²
生成铁素体相斜率 $m_1/(\mathrm{K} \cdot \mathrm{mol}^{-1})$	-52.9378
生成渗碳体相斜率 $m_2/(\mathrm{K}\cdot\mathrm{mol}^{-1})$	74.1336
铁素体/渗碳体界面能 $\sigma_{12}/(\mathrm{J} \cdot \mathrm{m}^{-2})$	0.9223
铁素体/奥氏体界面能 $\sigma_{13}/({ m J} \cdot { m m}^{-2})$	0.85
渗碳体/奥氏体界面能 $\sigma_{23}/(\mathrm{J} \cdot \mathrm{m}^{-2})$	0.68
摩尔体积 $V_{\rm m}/({ m m}^3 \cdot { m mol}^{-1})$	7.7 $\times 10^{-6}$



图 1 横向约束示意图 Fig. 1 Diagram of lateral constraint

1.4.1 枝晶组织模拟的初始条件

假设初始晶核半径为 R,则

 $x^{2} + y^{2} \leqslant R^{2}$ 时, $\phi = 1, T = T_{m} - \Delta T$ (11) $x^{2} + y^{2} > R^{2}$ 时, $\phi = 0, T = T_{m} - \Delta T$ (12) 式中:T表示有量纲温度; ΔT 表示过冷度; T_{m} 表示 熔点温度.计算区域大小为 1 200 $\Delta x \times 1$ 200 Δy .

1.4.2 共析组织模拟的初始条件

所用的材料为 Fe-3.494at. %C 二元合金,其平 衡转变温度为1 000 K. 在等温条件下(初始过冷度 为 20 K),对共析转变过程进行模拟研究. 如图 2 所 示,在数值计算中,以最小过冷度层片间距^[9]作为计 算基准,在计算区域的底部引入初始珠光体晶核(在



图 2 初始边界条件设定示意图



Fe-C 二元合金相图中,利用杠杆定律计算得到 α 相 和 Fe₃C 相层片宽度比约为 7:1). 计算区域大小为 $600\Delta x \times 1 \ 000\Delta y$,左右边界设定为周期性边界条 件,上下边界设定为绝热边界条件.

2 模拟结果与讨论

2.1 横向约束对 Fe-C 二元合金枝晶形貌和溶质的 影响

2.1.1 横向约束的存在对枝晶形貌和溶质分布的 影响

图 3 为横向约束条件下枝晶的微观形貌图和溶 质分布图,图 3 中横向约束高度为 $100\Delta y$,横向约束 间距为 $600\Delta x$,初始枝晶间距为 $600\Delta x$.在枝晶未接 触到横向挡板时,枝晶正常生长.当枝晶尖端接触到 挡板时,尖端生长受阻,在边界条件中设置横向约束 为完全润湿,且横向约束温度低于熔体温度,所以枝 晶尖端接触到横向挡板后沿其边缘快速生长,绕过 挡板,并依附于挡板上,表面快速生长形成新的枝晶 臂,与绕过挡板间隙的主枝晶臂形成竞争生长,此时 横向约束下方的溶质无法向液相中扩散,最终形成 溶质截留区,如图 3a3、b3 所示.当依附于挡板上表 面的枝晶生长到全部覆盖挡板表面时,会生长出新 的枝晶臂,而新的枝晶臂的生长速度大于靠近挡板 一侧主枝晶的二次枝晶臂的生长速度,在挡板上表 面新生成的枝晶的平均间距明显小于没有横向约束 条件下的枝晶间距,如图 3a5 所示. 从图 $3b2 \sim b6$ 发 现,枝晶接触横向约束时,在枝晶周期的溶质场浓度 明显低于其他其域,这是由于横向挡板的存在限制 了溶质的扩散,导致在横向约束下方形成溶质截留 区.图4为侧向约束情况下单晶 Ni 基高温合金凝固 时的微观形貌图^[7],从图4中可以看出,在侧向约束 条件下单晶 Ni 基高温合金的凝固组织中发现断面 的存在,使得合金凝固过程中在断面的前后发生了 明显的规律性变化,这与横向约束对 Fe-C 二元合金 枝晶的影响规律基本一致.

2.1.2 横向约束长度对枝晶形貌和溶质分布的影响

图 5 是不同横向约束长度下的枝晶形貌和溶质 分布图.其中横向约束高度为 $100\Delta y$,初始枝晶间距 为 $600\Delta x$,不同的横向约束间距(d 分别为1 $000\Delta x$ 、 $800\Delta x$ 、 $600\Delta x$ 、 $400\Delta x$ 、 $200\Delta x$). 从图中可以发现, 横向约束的存在阻碍了挡板下方枝晶的生长. 当横 向约束间距较大时,横向约束对枝晶的影响较小,只 影响了二次枝晶臂的生长. 随着横向约束 间距的减小,在横向约束上方新形成的枝晶数量逐



图 3 有无横向约束条件下枝晶形貌演化过程图和溶质分布图

Fig. 3 Diagrams for both dendrite morphology evolution process and solute distribution with or without transverse constraints



图 4 Ni 基高温合金凝固微观组织形貌图 Fig. 4 Morphology of solidified microstructure of Ni-based superalloy

渐增多,同时新形成的枝晶间距减小.新形成的枝晶 和穿过横向约束间隙的枝晶生成的二次枝晶形成竞 争生长,并且新生成的枝晶的生长速度要比穿过横 向约束间隙的枝晶生成的二次枝晶快,这也导致在 新形成的枝晶和穿过横向约束生成的二次枝晶之间 会留下溶质截留区,如图 3a3、b3 所示.随着横向约 束间距进一步减小,在横向约束上方新形成的枝晶 的数量增多,形成了类似于柱状晶的微观组织,并且 新生成的枝晶几乎没有二次枝晶臂的生长,这完全 改变了枝晶的生长发育模式,而此时的横向约束上 方几乎不存在溶质截留,如图 3a4、b4 所示,这说明 横向约束的长度不仅能够改变枝晶的生长模式,而 且能改变枝晶在生长过程中溶质的扩散.当横向约



Fig. 5 Dendritic topography and solute distribution of Fe-C binary alloy under transverse constraints of different lengths



Fig. 6 Dendritic morphology and solute distribution of Fe-C binary alloys under different lateral thickness constraints

束间距小于初始枝晶间距时,枝晶的生长受到横向 约束的限制,此时枝晶绕过横向约束间隙生长,穿过 横向约束间隙的枝晶间距进一步减小,当横向约束 的间隙减小时,导致溶质无法充分扩散,使得穿过横 向约束间隙的枝晶的二次枝晶臂生长速度减缓.如 图 5a5、b5 所示.

2.1.3 横向约束厚度对枝晶形貌和溶质分布的影 响

图 6 是横向约束间距为 600△x,初始枝晶间距 为 400△x,不同厚度的横向约束条件下的枝晶形貌 和溶质分布图.从图 6a1~a5 可以看出,随着横向约 束厚度的不断增大,横向约束上方生长的新枝晶对 靠近横向约束一侧枝晶生长的二次枝晶的影响逐渐 减小.从图 6b4~b5 可以看出,由于溶质得不到充 分扩散,在横向约束上方的新枝晶生长速度明显比 靠近横向约束一侧原枝晶生长的二次枝晶的速度 低.随着横向约束厚度的增加,穿过横向约束间隙的 枝晶的二次枝晶臂生长速度减慢,这说明横向约束 的厚度可以影响枝晶的二次枝晶臂的生长.由于横 向约束厚度的增加影响了液相溶质的扩散,使得模 拟区域中枝晶的溶质截留明显减小.

- 2.2 横向约束对 Fe-C 二元合金共析组织生长的影响
- 2.2.1 横向约束的存在对共析组织形貌和溶质分布的影响

图 7 是横向约束间距为 400△x,高度为 50△y 共析组织生长的形貌图和溶质分布图.图 7a5 和 图 7b5是无横向约束下共析组织生长的形貌图和 溶质分布图,这与冯力等^[11]运用相场法模拟研究的 层片珠光体微观组织的生长形貌相似.当共析组织





未接触到横线挡板时,共析组织正常生长,如图 7a1 所示.当共析组织接触到横向挡板时,共析组织的生 长受到阻碍,这可能是由于横向约束阻碍了横向约 束下方 Fe₃C 相中的碳元素的扩散,从而导致横向 约束下方的 Fe₃C 相停止生长,而穿过横向挡板间 隙的共析组织则继续向前生长,对比图 7a4 和 图 7a5发现穿过横向约束的共析组织呈发散生长并 调整了共析组织的间距,这是由于横向约束限制了 下方的 Fe₃C 相的生长,而横向约束上方的共析组 织发生溶质扩散的作用调整了生长的层间距.由于 横向约束周围没有溶质分布,这使得挡板周围的浓 度急剧降低,出现贫碳区,如图 7b3 和图 7b4 所示. 由此可得,横向约束的存在对共析组织的生长形貌、 溶质分布和界面的推进等均有重要的影响.

2.2.2 横向约束长度对共析组织的形貌和溶质分布的影响

图 8 显示了横向约束的高度为 $50\Delta y$,长度分别为 $50\Delta x$ 、 $100\Delta x$ 、 $150\Delta x$ 、 $200\Delta x$ 条件下共析组织的 生长形貌图和溶质分布图.从图 8a1 中可以看出,横 向挡板的两端接触到 Fe₃C 相时, Fe₃C 相紧贴挡板 上表面生长,此时的挡板温度比熔体温度低,给 Fe₃C相提供了形核和生长的动力,而穿过挡板间隙 的共析组织呈发散生长,并调整层间距.随着横向约 束尺寸的增加,当 Fe₃C 相被横向约束阻挡时,阻挡 的 Fe₃C 相停止生长,穿过挡板间隙的共析组织继 续呈发散生长,并重新调整层间距.当横向约束的长 度增加恰好接触到 Fe₃C 相时,如图 8a3 所示,Fe₃C 相紧贴于挡板上表面呈不规则生长,在 Fe₃C 相周 围的溶质富集不足以支撑其生长时停止生长,此时 穿过横向约束间隙的 Fe₃C 相将重新调整层间距, 且随着挡板长度的增加,穿过挡板间隙的 Fe₃C 相 的数目会减少,层间距也会增加.由此可得,横向约 束长度会改变横向约束上方的微观组织结构,通过 增加横向约束的长度来得到层片间距较大的共析组 织.

2.2.3 横向约束厚度对共析组织形貌和溶质分布 的影响

图9显示了横向约束长度为100∆x,不同厚度



图 8 不同长度横向约束条件下共析组织的生长形貌图和溶质分布图

Fig. 8 Growth morphology and solute distribution of eutectoid structures under lateral constraints of different length



图 9 不同厚度横向约束条件下共析组织的生长形貌图和溶质分布图

Fig. 9 Growth morphology and solute distribution of eutectoid structures under lateral constraints of different thicknesses

下挡板对共析组织的生长形貌和溶质分布.随着横 向约束厚度的增加,穿过挡板间隙的共析组织仍然 呈发散生长,这是由于挡板间隙中的碳原子不足以 支撑 Fe₃C 相垂直向上生长,需重新调整层间距生 长,Fe₃C 相垂直向上生长,需重新调整层间距生 长,Fe₃C 相的偏转程度也越来越大.挡板高度为 200Δy 时,靠近挡板一侧的 Fe₃C 相穿过挡板间隙 后紧贴于挡板上表面呈不规则生长.这是由于挡板 温度低于熔体温度,在挡板上表面更容易达到 Fe₃C 相的形核条件,而挡板周围的碳原子浓度不足,使得 Fe₃C 相停止生长.因此,不同横向约束厚度也可导 致横向约束上方的共析组织的微观形貌发生改变.

3 结论

在材料的凝固过程中,不同性质的横向约束对 材料的微观组织形貌有不同的影响.用相场法分别 模拟了 Fe-C 合金在横向约束条件下枝晶的生长过 程和共析组织生长过程,模拟结果表明:

 1)横向约束的存在会影响枝晶的正常生长,当 枝晶接触到横向约束时,枝晶依附于横向约束表面 生长,在其上方生长的新枝晶和穿过横向约束间隙 的原枝晶呈现竞争生长关系.随着横向约束长度的 增加,导致横向约束上方的枝晶平均间距减小,同时 在横向约束上方的溶质截留区明显减少;随着横向 约束厚度的增加,横向约束上方的新枝晶对穿过横 向约束间隙的枝晶的影响逐渐减小.

2)对于共析组织的生长,Fe₃C相被横向约束 完全阻碍时停止生长,穿过横向约束间隙的共析组 织呈发散生长.在不同长度横向约束条件下,当 Fe₃C相接触到横向约束两端时,Fe₃C穿过横向约 束间隙,在横向约束上方形成不规则的形貌;随着横 向约束厚度的增加,靠近横向约束的 Fe₃C 相会依 附于横向约束上表面生长形成不规则生长形貌,而 穿过横向约束间隙的 Fe₃C 相发生偏转,重新调整 层间距生长. 因此,可以通过添加不同的横向约束性质来改 变枝晶和共析组织的微观组织形貌.

参考文献:

- KIM S G,KIM W T,SUZUKI T. Phase-field model for binary alloys [J]. Physical Review E,1999,60(6):7186-7197.
- [2] 牛艳娥,韩小峰,李 明,等.Fe-C 合金等温凝固过程枝晶生长 的相场法模拟[J].热加工工艺,2010,39(7):34-37.
- [3] EIKEN J. Dendritic growth texture evolution in Mg-based alloys investigated by phase-field simulation [J]. International Journal of Cast Metals Research, 2009, 22(1/2/3/4):86-89.
- [4] 王智平,冯 力,路 阳,等.三元合金等温凝固过程的相场法 模拟[J]. 兰州理工大学学报,2007,33(4):1-4.
- [5] FABIETTI L M, SEETHARAMAN V, TRIVEDI R. The development of solidification microstructures in the presence of lateral constraints [J]. Metallurgical and Materials Transactions. A, 1990, 21(5): 1299-1310.
- [6] DU L F,ZHANG R. Phase-field simulation of dendrite growth in the presence of lateral constraints [J]. Progress in Natural Science: Materials International, 2014, 24(3):291-294.
- [7] 王华明,唐亚俊,张静华,等.单晶 Ni 基高温合金侧向约束条件 下的凝固行为 [J].材料科学进展,1993(2):99-104.
- [8] 李俊杰,王锦程,许 泉,等.外来夹杂物颗粒对枝晶生长形态 影响的相场法研究[J].物理学报,2007(3):1514-1519.
- [9] 刘小元,杜立飞,张 蓉,等.不同形状横向限制对枝晶间距影 响作用的相场法模拟[J].中国有色金属学报,2014,24(2): 409-415.
- [10] ZHANG D Q, YIN Y J, ZHOU J X, et al. Effects of carbide on the cooperative growth of pearlite in carbon steel: A phase field study [J]. ISIJ International, 2017, 57(10):1851-1859.
- [11] 贾北北. Fe-C 二元合金多次相变晶粒生长的多相场法模拟研 究 [D]. 兰州:兰州理工大学,2017.
- [12] BRADLEY J R. RIGSBEE J M. AARONSON H I. Growth kinetics of grain boundary ferrite allotriomorphs in Fe-C alloys [J]. Metallurgical and Materials Transactions, A, 1977, 8 (2):323-333.
- [13] 冯 力,高亚龙,朱昶胜,等.层片状珠光体生长形貌的相场法 模拟[J].兰州理工大学学报,2018,44(1):11-16.