

doi: 10.3969/j.issn.1674-8530.2013.05.004

## 混流泵内部流动不稳定特性的数值模拟

黎义斌, 李仁年, 王秀勇, 赵伟国, 李鹏辉

(兰州理工大学能源与动力工程学院, 甘肃 兰州 730050)



黎义斌

**摘要:** 为了研究小流量工况下混流泵内存在的不稳定流动特性, 基于大涡模拟亚格子尺度模型与滑移网格技术, 对包括进口管和出口弯管的混流泵全流场进行三维非定常湍流计算。外特性试验结果表明, 在60%~85%最优工况范围内, 扬程-流量特性曲线呈正斜率特性。数值模拟结果与试验结果误差控制在4%内, 表明大涡模拟可以准确预估混流泵存在的扬程-流量正斜率不稳定特性。在此基础上, 分析了混流泵产生正斜率不稳定特性的内流机理。分析结果表明, 在小流量工况下叶轮入口切向速度呈明显的非对称性, 叶轮与导叶流道内液流的失速效应使叶轮叶片表面和导叶叶片入口轮毂侧存在大尺度的旋涡结构。导叶流道内旋涡尺度较大, 压力脉动沿导叶轴向呈明显的周期性波动, 使旋涡区域从吸力面侧逐渐扩展到导叶流道, 旋涡结构的涡核附着在压力脉动最小值的导叶吸力面中间叶高区, 且涡核旋向与叶轮旋向相同。

**关键词:** 混流泵; 失速效应; 动静干涉; 压力脉动; 大涡模拟;

**中图分类号:** S277.9; TH312 **文献标志码:** A **文章编号:** 1674-8530(2013)05-0384-06

黎义斌, 李仁年, 王秀勇, 等. 混流泵内部流动不稳定特性的数值模拟[J]. 排灌机械工程学报, 2013, 31(5): 384-389.

## Numerical simulation of unstable characteristics in head curve of mixed-flow pump

Li Yibin, Li Rennian, Wang Xiuyong, Zhao Weiguo, Li Penghui

(School of Energy and Power Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou, Gansu 730050, China)

**Abstract:** The three-dimensional unsteady flow field in a mixed-flow pump was calculated by means of the large eddy simulation (LES), sub-grid scale model and sliding mesh technique in order to analyze the instability in head curve and flow characteristics caused from the interaction between impeller and guide vane in the pump under low flow rate conditions. The experimental results showed the head-capacity curve exhibits a positive slope at 60%  $Q_d$  and 85%  $Q_d$  operating conditions, and the error between predicted and experimental results is less than 4%, suggesting LES can predict the positive slope characteristic accurately. On this basis, the flow mechanism for the unstable characteristic was analyzed. The simulated results showed that the fluid tangential velocity is distributed non-axisymmetrically in the impeller inlet evidently. Because of the stall of flow in the impeller and guide vane passages, there is a large scale vortex structure on the blade surface and the hub surface at the leading ledge of guide vane. The scale of the vortices in the guide vane passages is larger than that in the impeller. It is apparent that the pressure fluctuates periodically along the axial direction, allowing the vortex zone extends into the middle of guide vane passage from the suction side of guide vane. The core of large scale vortex is attached to the suction side at the middle span of the guide vane where pressure

收稿日期: 2012-12-03; 网络出版时间: 2013-05-07

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/32.1814.TH.20130507.1704.015.html>

基金项目: “十二五”国家科技支撑计划项目(2013BAF01B02); 国家自然科学基金资助项目(51269011); 甘肃省自然科学基金资助项目(2011GS04264)

作者简介: 黎义斌(1977—)男, 甘肃临洮人, 博士研究生, 讲师(liyibin58@163.com), 主要从事水力机械流动机理研究。

李仁年(1963—)男, 甘肃民勤人, 教授, 博士生导师(通信作者, jim@lut.cn), 主要从事水力机械流动机理研究。

fluctuation is minimal; moreover, the rotational direction of the core is the same as the impeller.

**Key words:** mixed-flow pump; stalling effect; rotor-stator interaction; pressure fluctuation; large eddy simulation

导叶式混流泵(以下简称混流泵)的比转数通常为300~600,是一种结构和性能介于离心泵和轴流泵之间的泵型,其应用范围已逐渐向传统的离心泵和轴流泵领域拓展。由于混流泵具有结构紧凑、易启动以及效率高等突出优点,使其在海水淡化装置、电厂水循环、喷水推进系统和核电站冷却剂循环系统等领域具有广泛的应用前景。

混流泵内非定常压力脉动是引起机组振动及噪声的主要原因之一。近年来,随着混流泵机组的应用越来越广泛,混流泵水力激振等影响机组稳定运行的问题越来越突出。基于试验方法研究混流泵内部流动成本高、周期长且具有滞后性,随着计算流体力学的迅速发展,CFD数值模拟技术在水力机械内部三维湍流数值模拟得到广泛的应用<sup>[1-3]</sup>。混流泵内部湍流数值模拟广泛采用雷诺时均法,但对于非定常问题,时间平均的雷诺方程和湍流模型在理论上存在一定缺陷,而大涡模拟(large eddy simulation, LES)在求解水力机械内非定常流动的压力脉动方面被证明具有特殊的优势。

目前国内外学者采用大涡模拟亚格子湍流模型、雷诺时均法和试验测量的手段,通过选取不同特征点监测压力脉动的动态特性,分析设计工况和非设计工况下混流泵内非定常流动特性<sup>[4-6]</sup>。为了研究小流量工况下混流泵内部流动与不稳定性之间的关系,潘中永等<sup>[7-8]</sup>,Miyabe等<sup>[9]</sup>通过CFD数值模拟,分析小流量工况下沿导叶入口到叶轮出口的大尺度二次回流及旋涡流动现象,阐明了混流泵鞍形扬程-流量特性曲线的扬程骤降和上升形成机理。另外,郝浩等<sup>[10]</sup>通过CFD数值模拟,阐明叶轮及导叶几何参数及其匹配特性对混流泵性能的影响机制,可有效提高混流泵机组的水力性能。

与大涡模拟相比,标准 $k-\varepsilon$ 湍流模型及SST $k-\omega$ 湍流模型能够较为准确地模拟非设计工况下泵内部流动平均速度场的基本特征。因为PIV试验结果是统计平均值,且流场测量过程存在不连续性,因此PIV试验将小尺度的涡平滑化,使得基于雷诺时均法的数值计算结果更接近于PIV实测结果,而LES方法可捕捉到小尺度涡的湍流分布规律,其计算结果更接近实际流动状态。这是导致PIV试验结果与大涡模拟计算结果产生偏差的主要原因。

文中应用大涡模拟对混流泵内部全流场进行三维非定常计算,并将外特性性能预估结果与试验结果对比以验证数值方法的正确性,并在此基础上分析导叶流道内不同特征截面上的压力分布规律。

## 1 混流泵非定常计算

### 1.1 大涡数值模型

大涡模拟将比网格尺度大的涡团通过瞬时Navier-Stokes方程直接计算,而小尺度涡对大尺度涡运动的影响通过一定的模型在瞬时Navier-Stokes方程中体现。因此需要建立数学滤波函数,以便从湍流瞬时运动方程中将尺度小的涡滤掉,形成大涡模拟运动方程。

采用的滤波函数为

$$G(x, x') = \begin{cases} 1/V, & x' \in v, \\ 0, & x' \notin v, \end{cases} \quad (1)$$

式中: $x$ 为滤波后的大尺度空间上的空间坐标; $x'$ 为实际流动区域中的空间坐标; $V$ 为控制体积所占几何空间的大小; $v$ 为控制体所在的计算域。

亚格子应力是过滤掉的小尺度脉动和可解尺度湍流间的动量输运。要实现大涡模拟,构造的亚格子应力的封闭模式为

$$\bar{\tau}_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \overline{u_i u_j}. \quad (2)$$

大涡模拟计算的关键是如何表示上述应力,即如何选取或构造亚格子尺度应力模型。文中采用Smagorinsky-Lilly亚格子尺度模型<sup>[11]</sup>,Smagorinsky常数 $C_s = 0.1$ ,其被证明适合大多数流动情况。采用有限体积法对瞬态控制方程进行离散,非耦合隐式方式进行求解,对流项离散采用二阶迎风格式,压力项离散采用对高雷诺数的高速强旋流更有效的PRESTO差分格式,压力和速度的耦合求解采用适于非定常计算的PISO算法<sup>[12]</sup>。

### 1.2 混流泵几何模型

选取一台比转数 $n_s = 543$ 的混流泵模型,其主要设计性能参数为流量 $Q_d = 490 \text{ L/s}$ ,扬程 $H_d = 9.5 \text{ m}$ ,转速 $n = 1480 \text{ r/min}$ 。混流泵的主要几何参数为叶轮出口最大直径 $D_2 = 290 \text{ mm}$ ,吸入室直径 $d = 220 \text{ mm}$ ,叶片数 $Z = 4$ ,导叶叶片数 $Z_g = 7$ 。图1为混流泵计算区域及导叶特征截面示意图。

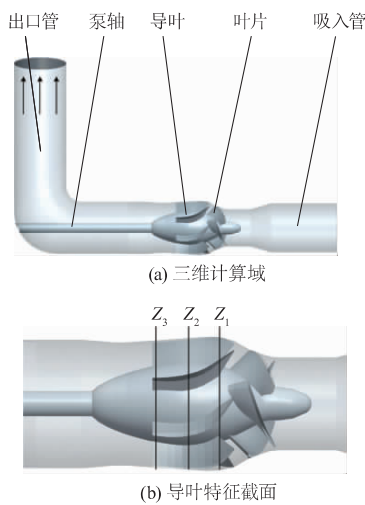


图 1 混流泵计算区域及特征截面  
Fig. 1 Computational domain and typical sections

### 1.3 边界条件及网格处理

计算域包括进口流道、叶轮、导叶和出口弯管。计算网格采用结构网格和非结构化网格组成的混合网格,为了提高边界层内的数值计算精度,叶片和导叶计算域采用自适应网格局部加密技术,网格单元总数最终优化为 3 590 450。为了获得最经济的网格数和计算步长,对不同网格数及不同时间步长条件下数值模拟结果进行对比,使计算网格满足网格无关性和时间步长无关性条件。

进口边界取在泵进口法兰处,指定为速度进口条件,其值通过流量和进口过流面积确定。出口边界取在泵出口法兰处,指定自由出流条件。采用无滑移壁面条件,由于壁面网格不足以解决薄壁层流,故假定靠近壁面网格单元的质心处于边界层的对流区域。采用非定常计算时间步长为转轮旋转周期的  $1/120$ ,即每个时间步长内叶轮旋转  $3^\circ$ ,实际时间步长  $\Delta t = 3.4483 \times 10^{-4}$  s。计算中,先将转轮固定在某一位置进行三维定常湍流计算,并将得到的定常流场结果作为非定常湍流计算的初始流场。采用速度与压力耦合的解法,以提高计算速度。

## 2 结果分析

### 2.1 性能预估与试验验证

根据混流泵内瞬态性能预估方法,获得混流泵的非定常时均外特性结果。采用雷诺时均法和大涡模拟对不同工况下混流泵的扬程进行预估,并与试验结果进行比较,如图 2 所示。图中横坐标为相对流量  $Q/Q_d$ ,纵坐标为相对扬程  $H/H_d$ 。

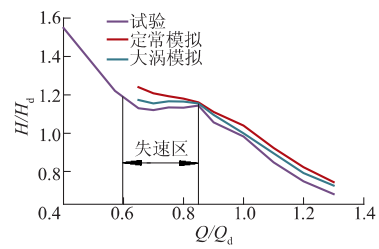


图 2 性能预估与试验验证  
Fig. 2 Performance prediction and experimental validation

由图 2 可以看出,试验结果与性能预估结果具有较高的吻合度,各点的扬程和效率预测相对误差均在 4% 内。试验分析发现在  $0.60 \sim 0.85$  额定工况范围存在  $H-Q$  正斜率特性。与大涡模拟的瞬时预测结果相比较,CFD 定常模拟的预估结果并未准确预测  $0.60Q_d$  与  $0.85Q_d$  工况范围内的  $H-Q$  正斜率特性。考虑 2 种混流泵水力模型的差异,文中的结论与 Kato 等<sup>[2]</sup>采用大涡模拟亚格子湍流模型预估  $H-Q$  正斜率特性介于  $0.60Q_d \sim 0.85Q_d$  工况范围结论较为吻合。通过非定常性能预估分析,证明大涡模拟亚格子湍流模式能够准确预测斜流泵的正斜率特性,采用非定常数值预估获得计算结果具有较高的可信度。

### 2.2 混流泵叶轮内流动不稳定性分析

图 3 为  $0.60Q_d$  工况下叶轮入口切向速度,可以看出:切向速度呈明显的周向非对称性;混流泵偏离最优工况运行时,随着流量逐渐减小,叶轮入口存在一定时间周期的非均匀脉动流动。

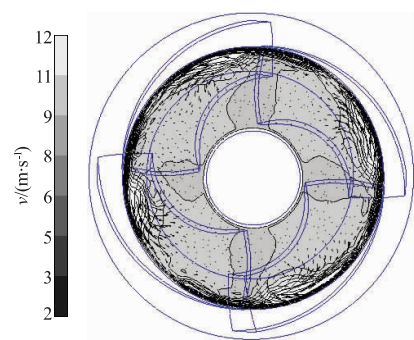


图 3  $0.60Q_d$  工况下叶轮入口切向速度  
Fig. 3 Tangential velocity in impeller inlet at  $0.60Q_d$  condition

图 4 为  $0.75Q_d$  工况下子午面流线图,可以看出,叶轮入口流道内出现不稳定的二次流动旋涡区。旋涡区的存在使得叶片入口各流道流动出现堵塞现象,叶轮入口液流通过叶片前缘流道时,被迫进入相邻的叶片流道,造成叶片入口流动呈现明显的非均匀流动特性。叶片入口的大尺度旋涡区几乎

充满整个叶轮入口流道,这种堵塞效应使叶片入口流态恶化.由于叶轮的旋转效应和叶轮与导叶的动静干涉作用,叶片入口的大尺度涡随主流流动发生迁移、破碎和撞击,在叶片和导叶子午面径向外缘处,分解成若干小尺度的涡,流道内液流速度突升或突降,最终使流道内液流的水力损失增大,导致  $H-Q$  曲线出现正斜率不稳定运行特性.整个瞬变过程伴随着叶片和导叶流道内动量交换和能量耗散,流动呈现非定常脉动的随机效应.



图 4  $0.75Q_d$  工况下子午面流线图  
Fig. 4 Streamlines in meridional plane at  $0.75Q_d$  condition

图 5 为  $0.75Q_d$  工况时叶片和导叶表面流线图,可以看出,由于叶轮入口压力面附近存在大尺度旋

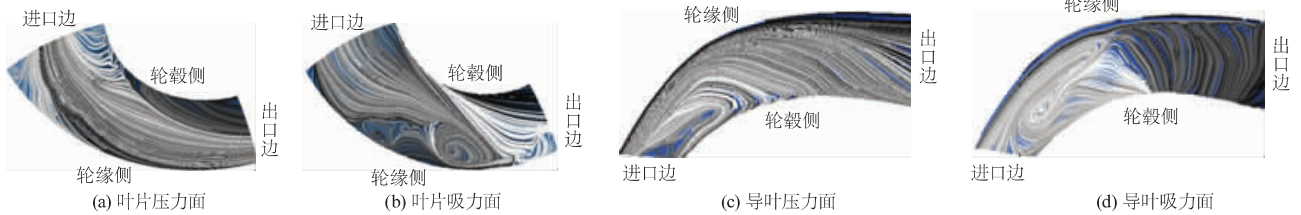


图 5  $0.75Q_d$  时叶片和导叶表面流线图  
Fig. 5 Streamlines on surfaces of impeller blade and guide vane at  $0.75Q_d$  condition

### 2.3 混流泵导叶内流动不稳定特性

在  $0.75Q_d$  工况下,叶轮流道内存在严重的不稳定流动现象,引起流道内产生大范围的失速.混流泵导叶进口边轮毂侧附近的大尺度的旋涡区占据了导叶流道  $3/4$  的区域,将导叶入口液流挤压至轮缘侧  $1/4$  流道的狭窄区域.旋涡区的存在使导叶表面流动发生分离,特别是在导叶吸力面靠近轮毂侧从回流区到出口边整个流道内,液流沿轮缘侧向轮毂侧流动,以补偿旋涡区下游存在的回流区.

图 6 7 分别为  $0.75Q_d$  工况下导叶内截面  $Z_1$  与  $Z_2$  的速度矢量图和流线图,可以看出:混流泵导叶子流道内存在不同尺度的旋涡流动,速度分布呈现明显的周向非对称性;通过对比导叶截面  $Z_1$ 、 $Z_2$  内旋涡尺度表明,小流量工况时导叶内旋涡尺度较大,最优工况时导叶内旋涡区较小;从导叶进口流道到出口流道,旋涡尺度先增大再减小.

涡的阻塞作用,叶片压力面前缘轮毂侧和轮缘侧均出现明显的旋涡区,使叶片前缘压力面附近液体偏向叶片前缘吸力面流动,即叶片前缘流道内液流产生滑移.这种现象在相邻的叶片流道内周而复始,造成叶片流道局部区域内液体加速及减速,同时流道内局部液流速度也发生偏转,上述流动现象称为叶片流道内的失速效应.根据大涡模拟结果表明,混流泵失速区范围介于  $0.60Q_d \sim 0.85Q_d$  之间.由于叶片前缘区域液流的流态恶化使叶片流道内产生逆压梯度,叶片吸力面中段靠近轮缘侧出现大尺度的旋涡区,旋涡区充满叶片吸力面  $1/2$  流道,使叶片出口靠近轮毂侧产生明显的射流-尾迹效应.在  $0.60Q_d$  工况下,混流泵内无明显的不稳定涡结构,说明  $0.60Q_d$  工况点应为失速初生阶段.此时混流泵内不稳定涡结构的尺度较小,失速涡初生在混流泵叶轮前缘与叶轮流道区域,而导叶内失速涡现象不明显;结合图 2 分析表明,失速初生阶段对混流泵扬程-流量特性曲线影响不大,此时失速涡的尺度和涡强度较小,不会对混流泵叶轮流道内主流流动产生显著影响.

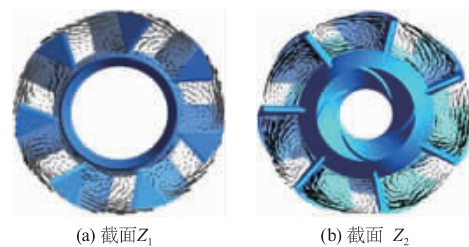


图 6  $0.75Q_d$  时导叶内速度矢量图  
Fig. 6 Velocity vectors in guide vane at  $0.75Q_d$  condition

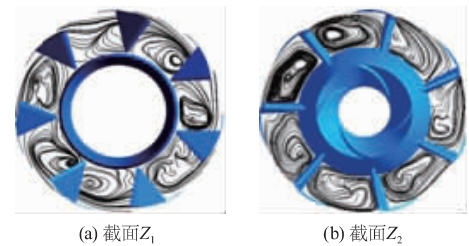


图 7  $0.75Q_d$  时导叶内流线图  
Fig. 7 Streamlines in guide vane at  $0.75Q_d$  condition

## 2.4 混流泵导叶流道内压力脉动规律

在小流量工况下,混流泵叶轮和导叶流道内均出现明显的不稳定流动现象,例如,大尺度的旋涡及二次流动诱发过流部件内产生周期性的压力脉动效应等。为了研究混流泵内不稳定流动特性对导叶流道内的非定常效应,将某一时刻的混流泵内压力脉动系数定义为

$$C_p = \frac{p - \bar{p}}{\frac{1}{2}\rho u_2^2}, \quad (3)$$

式中:  $p$  为监测点静压;  $\bar{p}$  为一个旋转周期内监测点的平均静压;  $u_2$  为叶轮出口平均圆周速度。

由于截面  $Z_1$  内导叶吸力面静压值较小,所以其旋涡区附着在导叶吸力面流道。截面  $Z_2$  流道内监测点压力脉动幅值呈对称分布,导叶流道内压力脉动沿轴向出现明显的周期性波动,从而导致旋涡区从吸力面逐渐扩展到整个流道,而涡核附着在压力脉动最小幅值的区域,且旋涡区内液流旋向与叶轮旋向相同。图 8 为 3 个截面  $Z_1$ 、 $Z_2$ 、 $Z_3$  内监测点的压力系数对比,其中横坐标  $\theta$  为导叶周向相对角。

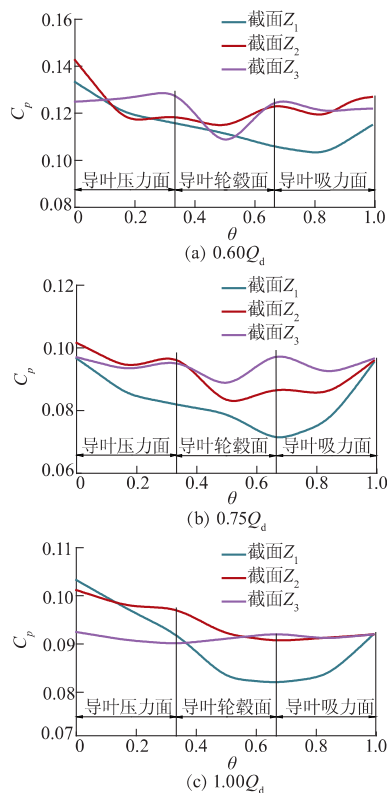


图 8 导叶内压力脉动系数  
Fig. 8 Pressure coefficient in guide vane

由图 8 可以看出:截面  $Z_1$  内压力脉动无明显波动,沿导叶压力面、轮毂和吸力面方向,压力脉动系

数先减小再增大;截面  $Z_2$  内沿导叶压力面、轮毂和吸力面方向,以两相邻导叶中间轮毂为中心,压力系数呈近似轴对称分布;在  $1.00Q_d$  工况时,截面  $Z_3$  的压力系数沿周向分布趋于均匀。3 种工况下压力系数呈沿周向对称分布;在  $0.60Q_d$  工况时压力波动幅度最大,  $1.00Q_d$  工况时压力波动幅值最小;在  $0.75Q_d$  工况下,截面  $Z_1$  内最小压力波动值出现导叶吸力面靠近轮毂面位置,截面  $Z_2$  和  $Z_3$  内最小压力波动值分别位于其靠近轮毂的导叶中间流道区域。在  $0.60Q_d$ 、 $0.75Q_d$  和  $1.00Q_d$  工况下,对比混流泵导叶 3 个截面  $Z_1$ 、 $Z_2$ 、 $Z_3$  的压力脉动规律,发现在导叶入口处的截面  $Z_1$  压力脉动呈现明显的不均匀性,这可能是导叶内失速核沿圆周方向传播的主要原因;与截面  $Z_1$  压力脉动规律相比较,截面  $Z_2$  和  $Z_3$  的周向压力脉动逐渐趋于平缓。总体而言,沿混流泵导叶流道从入口到出口,周向压力脉动逐渐均匀化。因此,混流泵导叶可以改善小流量工况下的压力脉动特性,同时具有压力恢复的作用。

## 3 结 论

基于大涡数值模拟和亚格子尺度模型,对混流泵进行非定常数值模拟与试验验证,得到结论如下:

1) 外特性试验表明,在  $0.60Q_d \sim 0.85Q_d$  工况范围内,扬程-流量关系呈正斜率不稳定特性,数值预估结果与试验误差在 4% 内,试验验证大涡模拟可以准确预估混流泵正斜率不稳定运行特性。

2) 在小流量工况下,叶轮入口切向速度呈明显非对称分布。在  $0.75Q_d$  工况下,混流泵叶轮与导叶流道内产生明显的失速效应,导致叶片压力面和吸力面存在大尺度的旋涡结构。同时,导叶叶片入口靠近轮毂侧也存在大范围的二次流旋涡区。

3) 在小流量工况下,导叶流道内旋涡尺度较大;从导叶进口到出口,旋涡尺度先增大再减小。导叶流道内压力沿轴向呈明显的周期性波动,导致旋涡区从吸力面侧逐渐扩展到全流道,涡核附着在压力波动最小的导叶吸力面中间叶高区,旋涡区涡核旋向与叶轮旋向相同。

4) 混流泵的导叶可以改善小流量工况下的压力脉动特性,同时具有压力恢复的作用。

## 参考文献 (References)

- [1] 王福军,张玲,张志民.轴流泵不稳定流场的压力脉动特性研究[J].水利学报,2007,38(8):1003-1009.

- Wang Fujun, Zhang Ling, Zhang Zhimin. Analysis on pressure fluctuation of unsteady flow in axial-flow pump [J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2007, 38 (8): 1003 - 1009. (in Chinese)
- [2] Kato C, Mukai H, Manabe A. Large-eddy simulation of unsteady flow in a mixed-flow pump [J]. *International Journal of Rotating Machinery*, 2003, 9(1): 345 - 351.
- [3] 施卫东, 邹萍萍, 张德胜, 等. 高比转速斜流泵内部非定常压力脉动特性[J]. *农业工程学报*, 2011, 27(4): 147 - 152.
- Shi Weidong, Zou Pingping, Zhang Desheng, et al. Unsteady flow pressure fluctuation of high-specific-speed mixed-flow pump [J]. *Transactions of the CSAE*, 2011, 27(4): 147 - 152. (in Chinese)
- [4] 施卫东, 冷洪飞, 张德胜, 等. 轴流泵内部流场压力脉动性能预测与试验[J]. *农业机械学报*, 2011, 42(5): 44 - 48.
- Shi Weidong, Leng Hongfei, Zhang Desheng, et al. Performance prediction and experiment for pressure fluctuation of interior flow in axial flow pump [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2011, 42(5): 44 - 48. (in Chinese)
- [5] 王福军, 张玲, 黎耀军, 等. 轴流式水泵非定常湍流数值模拟的若干关键问题[J]. *机械工程学报*, 2008, 44(8): 73 - 77.
- Wang Fujun, Zhang Ling, Li Yaojun, et al. Some key issues of unsteady turbulent numerical simulation in axial-flow pump [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2008, 44(8): 73 - 77. (in Chinese)
- [6] 常书平, 王永生, 魏应三, 等. 喷水推进器内非定常压力脉动特性[J]. *江苏大学学报: 自然科学版*, 2012, 33(5): 522 - 527.
- Chang Shuping, Wang Yongsheng, Wei Yingsan, et al. Pressure fluctuation of unsteady flow in waterjet [J]. *Journal of Jiangsu University: Natural Science Edition*, 2012, 33(5): 522 - 527. (in Chinese)
- [7] 潘中永, 吴涛涛, 潘希伟, 等. 斜流式泵喷水推进器内部流动不稳定性分析[J]. *华中科技大学学报: 自然科学版*, 2012, 40(9): 118 - 121.
- Pan Zhongyong, Wu Taotao, Pan Xiwei, et al. Instability analysis of internal flow in mixed-flow pump waterjet propulsion [J]. *Journal of Huazhong University of Science and Technology: Natural Science Edition*, 2012, 40(9): 118 - 121. (in Chinese)
- [8] 潘中永, 李俊杰, 李晓俊, 等. 斜流泵不稳定特性及旋转失速研究[J]. *农业机械学报*, 2012, 43(5): 64 - 68.
- Pan Zhongyong, Li Junjie, Li Xiaojun, et al. Performance curve instability and rotating stall [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2012, 43(5): 64 - 68. (in Chinese)
- [9] Miyabe M, Maeda H, Umeki I, et al. Unstable head-flow characteristic generation mechanism of a low specific speed mixed flow pump [J]. *Journal of Thermal Science*, 2006, 15(2): 115 - 120, 144.
- [10] 郝浩, 曹树良, 谭磊, 等. 速度矩分布规律的参数化描述及对混流泵性能的影响[J]. *农业工程学报*, 2012, 28(13): 100 - 105.
- Bing Hao, Cao Shuliang, Tan Lei, et al. Parameterization of velocity moment distribution and its effects on performance of mixed-flow pump [J]. *Transactions of the CSAE*, 2012, 28(13): 100 - 105. (in Chinese)
- [11] Smagorinsky J. General circulation experiments with the primitive equations—I: The basic experiment [J]. *Monthly Weather Review*, 1963, 91(3): 99 - 164.
- [12] Slack M D, Prasad R O, Bakker A, et al. Advances in cyclone modeling using unstructured grids [J]. *Chemical Engineering Research and Design*, 2000, 78(A): 1098 - 1104.

(责任编辑 陈建华)